

สารบัญ

0 บทนำ	10
1 หลวงวันสี่เวลา	20
2 ข้อผิดพลาดทางวิศวกรรม	48
3 ข้อมูลเล็กจิ๋ว	78
4 ผิดรูปผิดรอย	108
5 จะนับประสาอะไร	140
6 ไม่คิดคำนวณ	168
7 น่าจะเป็นอะไรที่ผิด	192
8 วางเงินของคุณไว้ตรงที่คุณทำพลาดนั้นแหละ	222
9 ปิดเป็นวงกลม	250

9.49 เลิกจนไม่หันสังเกตุ	276
10 หน่วย ขนบ และเหตุผลว่าทำไมเราถึงเข้ากันไม่ได้	294
11 สถิติในแบบที่ผมชอบ	322
12 สุดปมใหม่	350
13 ไม่คิดคำนวณ	384
สรุปแล้วเราได้เรียนรู้อะไรจากข้อผิดพลาดเหล่านี้บ้าง	412
กิตติกรรมประกาศ	424
สารบัญภาพประกอบ	428

ผมขออุทิศหนังสือเล่มนี้ให้กับภรรยา
ที่คอยเคียงข้างผมเสมอมา

แน่นอน ผมรู้ดีว่าการอุทิศหนังสือ
เกี่ยวกับความผิดพลาดให้แก่ภรรยา
ถือเป็นการกระทำที่ผิดพลาดอย่างหนึ่ง

HUMBLE PI

A Comedy of Maths Errors

by

Matt Parker

คณิตคิดพลาด

รวมเรื่องวายป่วนในวันที่คณิตศาสตร์รู้พลัง

แปลโดย

สกุลรัตน์ บวรสันติสุทธิ์

0

บทนำ



ในปี 1995 ผู้ผลิตเป๊ปซี่ได้ออกโปรโมชันใหม่ให้ผู้บริโภคสะสมแต้มเพื่อเอามาแลกเปลี่ยนของรางวัลจากทางแบรนด์ ของรางวัลที่ว่าก็มีตั้งแต่สินค้าชิ้นเล็กอย่างเสื้อยืดที่แลกได้ด้วยแต้มเป๊ปซี่ 75 แต้ม หรือแว่นกันแดดที่ใช้แต้มเพิ่มขึ้นมาหน่อยเป็น 175 แต้ม จนถึงเสื้อแจ็กเก็ตหนังที่ต้องใช้แต้มเป๊ปซี่ถึง 1,450 แต้ม ซึ่งถ้าคุณแต่งตัวด้วยของรางวัลทั้งสามชิ้นพร้อมกันอย่างที่ปรากฏในโฆษณาของแคมเปญนี้แล้วละก็ คุณจะไ้แต้มความโก้ในยุคเก๋ๆสูญหายไปไม่น้อยเลยทีเดียว

แต่นั้นก็ยังไม่เพียงพอที่จะสะท้อนภาพลักษณ์ความซ่าบ้าระห่ำของ “เป๊ปซี่คลาสสิก” ทั้งหมดได้ โฆษณาชิ้นนี้จึงไม่ได้หยุดความเท่อยู่แค่การสวมเสื้อยืดทับด้วยแจ็กเก็ตหนังและสวมแว่นตากันแดดของเป๊ปซี่เท่านั้น ในตอนท้ายของโฆษณา ตัวเอกถึงขั้นขับเครื่องบินรบตระกูลแฮร์รีเออร์เจ็ตที่แลกมาด้วยแต้มเป๊ปซี่จำนวน 7 ล้านแต้มไปโรงเรียนเลย! แน่นนอนว่าเครื่องบินรบในโฆษณานี้เป็นเพียงมุกตลกของแบรนด์ที่เอาไอเดียแต้มเป๊ปซี่มาขยายต่อจนหลุดโลก แต่ดูเหมือนคนเขียนบทโฆษณาจะ

จดจ่อกับการคิดมุกจนมองข้ามการคิดเลขแบบง่าย ๆ ไป แต่มี 7 ล้านแต่มี
อาจฟังดูมหาศาล แต่ผมไม่คิดว่าที่มงานเบื้องหลังโฆษณาชุดนี้ได้ลองคิด
และตรวจสอบว่าจะแน่ใจว่ามันสูงมากพอหรือจะครบ

แม้เป๊ปซี่จะไม่สนใจ แต่ผู้บริหารบางคนสนใจ ในเวลานั้นเครื่องบิน
รบรุ่น AV-8 Harrier II ซึ่งใช้งานอยู่ในเหล่านาวิกโยธินสหรัฐฯ มีราคา
สูงกว่า 20 ล้านดอลลาร์สหรัฐฯ และโชคดีที่ทางเป๊ปซี่ได้กำหนดอัตรา
แลกเปลี่ยนระหว่างเงินดอลลาร์สหรัฐฯและแต่มีเป๊ปซี่อย่างง่าย ๆ ไว้ด้วย
โดยคุณสามารถใช้เงินแค่ 10 เซนต์แลกเป็นแต่มีเป๊ปซี่หนึ่งแต่มี แม้ว่าผม
จะไม่เชี่ยวชาญในตลาดเครื่องบินรบมือสองเท่าไรนัก แต่การซื้อเครื่องบิน
รบราคา 20 กว่าล้านดอลลาร์สหรัฐฯด้วยเงินเพียง 700,000 ดอลลาร์สหรัฐฯ
ก็ดูจะเป็นการลงทุนที่คุ้มค่าไม่เลว ซึ่งจอห์น ลีโอนาร์ด (John Leonard)
ก็คิดเช่นนั้น และเขาก็ลองแลกดูจริงๆ เสียด้วย

อันที่จริงจอห์นไม่ได้แค่ “ลอง” แลกเครื่องบินรบเล่น ๆ เขาเอาจริง
แบบทุ่มสุดตัว เงื่อนไขการแลกแต่มีของเป๊ปซี่ระบุไว้เพียงว่า ผู้ที่สนใจจะ
แลกสินค้าต้องใช่แบบฟอร์มที่แนบมากับแคตตาล็อกสินค้าของเป๊ปซี่ และ
ใช้แต่มีเป๊ปซี่อย่างน้อย 15 แต่มี บวกกับเช็คเงินสดแทนมูลค่าส่วนที่เหลือ
และค่าจัดส่งสินค้าอีก 10 ดอลลาร์สหรัฐฯเท่านั้น ซึ่งจอห์นก็ได้ดำเนินการ
ตามนี้ทั้งหมด เขากรอกแบบฟอร์มจากแคตตาล็อก สะสมแต่มีเป๊ปซี่จน
ครบ 15 แต่มี และเอาเงิน 700,008.50 ดอลลาร์สหรัฐฯไปฝากไว้ในระบบ
เอสโครว์ (escrow) พร้อมพาทนายไปรับรองเช็คด้วย ซึ่งจอห์นได้เงิน
จำนวนนี้มาโดยการเรียไ้จากคนอื่น ๆ เห็นได้ชัดว่าเขาไม่ได้มาเล่น ๆ!

แต่เป๊ปซี่ปฏิเสธคำขอแลกสินค้าของจอห์นแทบจะทันที โดยให้
เหตุผลว่า “เครื่องบินรบแฮร์ริเออร์ที่ปรากฏในโฆษณานั้นเป็นเพียงมุกตลก
เกินจริงที่เพิ่มเข้าไปเพื่อความขำขันและความบันเทิงเท่านั้น” ซึ่งจอห์นเอง
ก็เดาไว้อยู่แล้วว่าต้องเป็นแบบนี้ เขาจึงเตรียมทนายไว้สู้เพื่อเครื่องบินรบ
อย่างเต็มที่ ทนายของจอห์นยื่นเรื่องกลับไปยังเป๊ปซี่ด้วยใจความว่า “นี่เป็น
ข้อเรียกร้องอย่างเป็นทางการให้ทางบริษัทเป๊ปซี่รักษาคำมั่นสัญญาและ

เตรียมการโอนเครื่องบินรบแฮร์ริเออร์ลำใหม่ให้กับลูกความของเราทันที” แต่หลังจากนั้นเป๊ปซี่ก็ไม่ได้มีการโต้ตอบใดๆ กลับมาอีก จอห์นเลยยื่นฟ้องต่อศาล และเรื่องดังกล่าวก็กลายเป็นคดีความในที่สุด

ในการพิจารณาคดีครั้งนี้ ประเด็นที่ถกเถียงกันอย่างกว้างขวางคือ โฆษณาตัวปัญหานี้เป็นมุกตลกที่เห็นได้ชัด หรือมันทำให้คนเข้าใจผิดได้จริงๆ ซึ่งดูเหมือนผู้พิพากษาจะรู้ตัวอยู่ว่าคดีนี้จะนำความยุ่งยากมาให้แน่ๆ เห็นได้จากเอกสารของผู้พิพากษาที่ระบุว่า “โจทก์ยังคงยืนยันกรานว่าโฆษณาดังกล่าวดูน่าเชื่อถือและเป็นไปได้จริงๆ และยังเรียกร้องให้ศาลอธิบายว่าทำไมโฆษณาดังกล่าวถึงตกลงด้วย ซึ่งการที่จะอธิบายว่ามุกตลกนั้นตกลงอย่างไรไม่ใช่เรื่องง่ายเลย”

แต่สุดท้ายศาลก็ยอมทำตามคำขอ! โดยให้คำอธิบายไว้ดังนี้

แม้ว่าตัวเอกรายรุ่นในโฆษณาจะให้ความเห็นว่าการบินรบแฮร์ริเออร์ไปโรงเรียนนั้น “ทั้งเร็วและเจ๋งกว่าการนั่งรถโรงเรียนเห็นๆ” แต่ข้อคิดเห็นดังกล่าวก็แสดงถึงทัศนคติและความคิดที่ขาดการพิจารณาอย่างรอบด้าน เนื่องจากเขาไม่ได้คำนึงถึงประเด็นเรื่องความลำบากและอันตรายของการขับเครื่องบินรบในพื้นที่อยู่อาศัย ซึ่งแตกต่างจากการใช้รถโดยสารสาธารณะที่มีความปลอดภัย

นอกจากนี้ไม่มีโรงเรียนไหนในโลกที่จะเตรียมลานจอดสำหรับเครื่องบินรบไว้ให้แก่นักเรียน หรือแม้กระทั่งยอมรับความเสียหายที่อาจเกิดจากการที่เครื่องบินรบลงจอดในพื้นที่โรงเรียนด้วย

และเมื่อพิจารณาวัตถุประสงค์ของเครื่องบินรบแฮร์ริเออร์ที่มีไว้เพื่อโจมตีและทำลายเป้าหมายภาคพื้นดินและทางอากาศใช้ในการลาดตระเวนติดอาวุธ ทำภารกิจสกัดกั้นทางอากาศ และทำสงครามต่อต้านอากาศยานทั้งเชิงรุกและเชิงรับ ภาพการขับเครื่องบินเจ็ตดังกล่าวไปโรงเรียนในตอนเช้าจึงเป็นเรื่องเพ้อเจ้ออย่างเห็นได้ชัด

การสู้คดีระหว่างจอห์น ลีโอนาร์ด และบริษัทเป๊ปซี่จึงจบลงด้วยชัยชนะของเป๊ปซี่ ส่วนจอห์นก็ไม่ได้รับเครื่องบินรบกลับบ้าน แต่ถึงอย่างนั้น คดีดังกล่าวก็ถูกบันทึกไว้ในหน้าประวัติศาสตร์ของกฎหมาย ซึ่งทำให้ผมชื่นใจขึ้นมาหน่อยที่ไม่ต้องกังวลว่า ไม่ว่าผมจะเล่นมุกตลก “บ๊าระห่า” ขนาดไหน กฎหมายก็ยังคอยคุ้มครองผมจากคนที่คิดเอาจริง เอาจังกับมันอยู่ และถ้ามีใครมีปัญหาเกี่ยวกับเรื่องนี้ละก็ คุณก็สามารถสะสมแต้มพาร์กเกอร์เพื่อมาแลกรูปภาพผมทำท่าเป่ปากยักษ์ใหญ่ได้ฟรีๆ (อาจคิดค่าใช้จ่ายในการจัดส่งเพิ่มเติมนะครับ)

ถึงอย่างนั้น หลังจากนั้นไม่นาน เป๊ปซี่ก็ดำเนินการแก้ไขโฆษณาเพื่อปกป้องตัวเองจากปัญหาที่อาจตามมาอีกในอนาคต โดยโฆษณาที่เผยแพร่ใหม่นี้กำหนดมูลค่าเครื่องบินรบแฮร์ริเออร์เพิ่มขึ้นเป็น 700 ล้านแต้ม ซึ่งผมเองก็แปลกใจว่าทำไมเป๊ปซี่ถึงไม่เลือกกำหนดมูลค่าของเครื่องบินรบแฮร์ริเออร์ที่อัตรานี้ตั้งแต่แรก ทั้งนี้ ไม่ใช่ว่าตัวเลข 7 ล้านแต้มมันดูน่าขันกว่าแต่อย่างใด แต่เป๊ปซี่คงแค่ไม่ได้สนใจที่จะคำนวณค่าของตัวเลขค่าสูงๆ ที่พวกเขาสุขุมขึ้นมากก็เท่านั้นเอง

ในฐานะมนุษย์ เราไม่ค่อยเก่งเรื่องการตัดสินขนาดของตัวเลขที่มีความมหาศาลเท่าไรนัก แม้เราจะเทียบได้ว่าเลขไหนมีค่ามากกว่าหรือน้อยกว่า แต่เรามักไม่ค่อยรู้สึกถึงขนาดของความต่างระหว่างตัวเลขที่เห็นในปี 2012 ผมได้รับเชิญไปออกรายการข่าวของช่องบีบีซีเพื่ออธิบายว่าจำนวน 1 ล้านล้านนั้นมีขนาดใหญ่แค่ไหน ช่วงนั้นหนီးของสหราชอาณาจักรเพิ่งพุ่งทะยานเกิน 1 ล้านล้านปอนด์ ผมจึงมีหน้าที่อธิบายให้คนเข้าใจว่ามูลค่า 1 ล้านล้านปอนด์นี้มันมากมายเพียงใด แนนอนว่าการตะโกนว่า “มันใหญ่มาก! ทีนี้ก็กลับไปห้องส่งได้แล้วครับ!” ย่อมไม่เพียงพอ ผมเลยต้องยกตัวอย่างเพื่อให้ทุกคนเห็นภาพชัดเจนขึ้น

วิธีการที่ผมชอบใช้คือการนำตัวเลขขนาดใหญ่ไปเปรียบเทียบกับเวลา เราทุกคนรู้อยู่แล้วว่าจำนวน 1 ล้าน 1,000 ล้าน และ 1 ล้านล้านมีขนาดไม่เท่ากัน แต่เราก็ไม่ค่อยรู้สึกว่ามันเพิ่มขึ้นมากเท่าไร ทว่าถ้าลอง

เอามาเทียบเป็นเวลาละก็ คุณจะพบว่า 1 ล้านวินาทีมีค่าเท่ากับประมาณ 11 วันกับอีก 14 ชั่วโมง หรือเกือบสองสัปดาห์ ถือว่าไม่แยเท่าไรนักหากจะต้องรออะไรบางอย่างด้วยเวลาเท่านี้ แต่ถ้าคุณต้องรออะไรบางอย่างถึง 1,000 ล้านวินาทีจากตอนนี้ มันเท่ากับว่าคุณต้องรอไปอีกกว่า 31 ปีเลยนะครับ

ส่วน 1 ล้านล้านวินาทีจากตอนนี้ แปลว่าคุณต้องรอไปจนถึงหลังปี 33700 เลย

แม้ตัวเลขพวกนี้จะดูน่าตกใจ แต่ถ้าคุณคิดอย่างถี่ถ้วนก็จะเข้าใจได้ง่ายๆ ในเมื่อจำนวน 1 ล้าน 1,000 ล้าน และ 1 ล้านล้าน มีค่าเพิ่มขึ้น 1,000 เท่าจากตัวเลขก่อนหน้า ดังนั้น เมื่อ 1 ล้านวินาทีคือเวลาประมาณ 1 ใน 3 ของเดือน 1,000 ล้านวินาทีจึงมีค่าเท่ากับ 330 เดือน (1 ใน 3 ของระยะเวลา 1,000 เดือน) และเมื่อ 1,000 ล้านวินาทีมีค่าเท่ากับระยะเวลาประมาณ 31 ปี ดังนั้น ระยะเวลา 1 ล้านล้านวินาที จึงมีค่าเท่ากับประมาณ 31,000 ปีนั่นเอง

เราถูกสอนกันมาตลอดชีวิตว่าตัวเลขจะเพิ่มขึ้นเป็นเส้นตรง ซึ่งหมายความว่าระยะห่างของตัวเลขแต่ละตัวจะต้องเท่ากัน หากคุณนับหนึ่งถึงเก้า เลขแต่ละตัวนั้นจะเพิ่มขึ้นจากจำนวนก่อนหน้าหนึ่งหน่วยเท่ากัน ไม่มีผิดเพี้ยน และเมื่อคุณถามใครสักคนว่าค่ากึ่งกลางระหว่างหนึ่งถึงเก้า นั่นคือเท่าไร พวกเขา ก็จะตอบเหมือนๆ กันว่าห้า แต่ที่พวกเขาตอบแบบนี้ก็เป็นเพราะพวกเขาถูกสอนมาเช่นนั้น ซึ่งอาจไม่ใช่คำตอบที่ถูกต้องเสมอไป! ความจริงก็คือมนุษย์เราไม่ได้รับรู้ว่าตัวเลขเพิ่มขึ้นหรือลดลงเป็นเส้นตรง แต่เป็นในลักษณะลอการิทึม (logarithm) มากกว่า หากคุณไปถามเด็กหรือใครสักคนที่ไม่เคยเข้าเรียนในระบบการศึกษาด้วยคำถามข้างต้น พวกเขา มักจะตอบกลับมาจากค่าที่อยู่ตรงกลางระหว่างหนึ่งและเก้าคือสามต่างหาก

เหตุผลก็คือสามถือเป็นค่ากึ่งกลางอีกแบบหนึ่งที่เราเรียกว่าค่ากึ่งกลางแบบลอการิทึม ซึ่งหมายความว่ามันเป็นค่ากลางเมื่อ

พิจารณาจากสมการการคูณ ไม่ใช่การบวก โดย $1 \times 3 = 3$ และ $3 \times 3 = 9$ ตามลำดับ อันที่จริงในทางคณิตศาสตร์นั้นมีหลายวิธีที่จะเพิ่มค่าจากหนึ่งไปถึงเก้า ไม่ว่าจะเป็นการบวกเพิ่มทีละสี่หรือการคูณครั้งละสาม ดังนั้น “ค่ากึ่งกลางของการคูณ” จึงอยู่ที่สาม วิธีนี้เป็นวิธีคิดที่ติดตัวมนุษย์มาตั้งแต่กำเนิด และเรามักใช้วิธีคิดแบบนี้จนกว่าจะถูกสอนให้คิดอีกแบบหนึ่ง

หากคุณลองบอกชนเผ่ามุนดูรูกู (Mundurucu) ที่เป็นชาวพื้นเมืองในเขตลุ่มน้ำแอมะซอนให้วางรูปที่มีจำนวนจุดที่แตกต่างกันในตำแหน่งที่เหมาะสม พวกเขาจะวางรูปสามจุดไว้ตรงกลางระหว่างรูปหนึ่งจุดและรูปสิบจุด หรือถ้าคุณรู้จักเด็กในวัยอนุบาลหรือเด็กกว่านั้นสักคนที่พ่อแม่ไม่กังวลที่จะให้คุณทำการทดลองกับลูกของพวกเขา คุณก็จะพบว่าเด็กเหล่านี้จัดวางตัวเลขในรูปแบบเดียวกันกับชนเผ่ามุนดูรูกู

ถึงแม้ว่าเราจะใช้เวลาเกือบทั้งชีวิตในโรงเรียนคำนวณตัวเลขที่มีค่าไม่มาก แต่สัญชาตญาณของมนุษย์ก็ยังคงรับรู้เลขที่มีขนาดใหญ่ในเชิงลอการิทึมมากกว่า อย่างที่เราารู้สึกว่าความต่างระหว่างจำนวน 1 ล้านกับ 1,000 ล้านและ 1,000 ล้านกับ 1 ล้านล้านมีขนาดใกล้เคียงกัน เพราะมันเพิ่มขึ้น 1,000 เท่าเหมือนกัน แต่ในความเป็นจริงแล้วความต่างระหว่างตัวเลข 1,000 ล้านกับ 1 ล้านล้านนั้นใหญ่กว่ามาก มันคือช่วงเวลาตั้งแต่ที่คุณเกิดมาจนอายุ 30 ต้นๆ เทียบกับระยะเวลาที่แม่แต่่มนุษยชาติก็อาจไม่หลงเหลืออยู่บนโลกใบนี้แล้ว

สมองของมนุษย์เราไม่ได้ถูกพัฒนามาเพื่อให้เก่งคณิตศาสตร์ตั้งแต่เกิด แต่อย่าเพิ่งเข้าใจผิดนะครับ จริงๆ แล้วเราทุกคนเกิดมาพร้อมกับศักยภาพในการรับรู้ตัวเลขที่แตกต่างกันจำนวนมาก และเราก็มีทักษะด้านมิติสัมพันธ์ที่ยอดเยี่ยม แม้กระทั่งเด็กทารกก็ยังสามารถกะประมาณจำนวนจุดที่ปรากฏในภาพหรือทำโจทย์เลขคณิตพื้นฐานอย่างง่าย ๆ ได้ นอกจากนี้เรายังเกิดมาพร้อมกับทักษะในการเรียนรู้ภาษาและสัญลักษณ์ต่างๆ แต่ทักษะเหล่านี้ที่ช่วยให้เราอยู่รอดและรวมกลุ่ม

ขึ้นมาเป็นสังคมได้นั้นแตกต่างจากทักษะทางคณิตศาสตร์ในเชิงวิชาการ
อยู่มาก แม้ว่าการพิจารณาจำนวนเชิงลอการิทึมจะเป็นวิธีที่ใช้การได้ใน
การจัดเรียงและเปรียบเทียบตัวเลข แต่คณิตศาสตร์ที่แท้จริงนั้นยังต้อง
พิจารณาจำนวนเชิงเส้นด้วย

มนุษย์เรามักจะไม่ค่อยฉลาดเวลาต้องเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบ
ที่เป็นวิชาการเท่าไรนัก เพราะมันเป็นกระบวนการที่ต่อยอดจากสิ่งที
ธรรมชาติมอบให้มนุษย์ผ่านวิวัฒนาการมาเป็นทักษะในระดับที่เกินกว่า
ความเข้าใจทั่วไปของเรา มนุษย์เราไม่ได้เกิดมาพร้อมสมองที่จะทำความเข้าใจ
จำนวนเศษส่วน จำนวนติดลบ หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อน
และแปลกประหลาดได้ในทันที แต่ถ้าเราใช้เวลากับมันไปเรื่อยๆ สมอง
ของเราก็จะค่อยๆ เรียนรู้วิธีจัดการกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์เหล่านี้ได้
ทีละเล็กละน้อย ตอนนี้เรามีคณิตศาสตร์เป็นวิชาบังคับในโรงเรียน และ
เมื่อผ่านการเรียนรู้และพบเจอโจทย์คณิตต่างๆ มากพอ สมองของเราก็จะ
เรียนรู้วิธีคิดคำนวณตัวเลขตามหลักการทางคณิตศาสตร์เหล่านี้ได้ แต่
เมื่อใดที่ทักษะเหล่านี้ไม่ถูกใช้งานติดต่อกันเป็นเวลานาน สมองของเราก็
พร้อมจะปรับตัวเองกลับสู่ค่าตั้งต้นเมื่อตอนเราเกิดมาได้ทันที

ในสหราชอาณาจักรเคยมีเหตุการณ์ที่ลอตเตอรี่แบบชุดชุดหนึ่ง
ที่เพิ่งวางขายได้ไม่ถึงสัปดาห์ต้องถูกเรียกคืนจากตลาด กลุ่มคาเมลลอต
(Camelot) ที่ได้รับสิทธิ์เป็นผู้ดำเนินการขายลอตเตอรี่ของสหราชอาณาจักร
อย่างหนึ่งทางการออกมายืนยันว่า สาเหตุที่ต้องเรียกคืนลอตเตอรี่
ชุดนี้เกิดจาก “ความสับสนของนักเสี่ยงโชค” ลอตเตอรี่แบบใหม่ที่เป็น
ปัญหานี้มีชื่อว่า “คูลแคช” (Cool Cash) ลอตเตอรี่คูลแคชนี้เป็นลอตเตอรี่
แบบชุดที่มีตัวเลขอุณหภูมิต่างๆ พิมพ์เอาไว้ ซึ่งกติกาการถูกรางวัลก็ไม่
ซับซ้อนอะไรนัก นักเสี่ยงโชคเพียงต้องชุดพบตัวเลขอุณหภูมิที่ต่ำกว่า
ค่าที่เขียนไว้เท่านั้นเอง แต่ดูเหมือนผู้เล่นหลายคนจะมีปัญหากับตัวเลข
ที่มีค่าติดลบ ...

ลอตเตอรี่ใบหนึ่งของผมบอกว่าผมต้องได้ตัวเลขอุณภูมิที่ต่ำกว่า -8 ถึงจะถูกรางวัล ซึ่งเลขที่ผมได้หลังจากซูดการด์แล้วคือเลข -6 และ -7 ผมเลยคิดว่าผมถูกรางวัลแน่ พนักงานสาวที่ขายลอตเตอรี่ให้ผมก็คิดเหมือนกัน แต่เมื่อเธอนำลอตเตอรี่ใบนั้นไปสแกน เครื่องตรวจรางวัลกลับบอกว่าลอตเตอรี่ของผมไม่ถูกรางวัล ผมเลยโทรไปที่คาเมล็อตเพื่อร้องเรียน แต่พวกเขากลับมาโกหกผมว่าเลข -6 นั้นมีค่ามากกว่า -8 นี่มันบ้าซัดๆ

เรื่องราวนี้ทำให้คิดว่าเราใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ในสังคมสมัยใหม่ของเรามากจนน่าเหลือเชื่อ แต่ก็น่ากลัวในคราวเดียวกัน ในฐานะสปิชีส์หนึ่ง มนุษย์เราได้เรียนรู้ที่จะสำรวจและใช้ประโยชน์จากคณิตศาสตร์เพื่อทำสิ่งต่างๆ มากมายเกินกว่าที่สมองของเราจะประมวลผลได้ตามธรรมชาติที่ติดตัวมา คณิตศาสตร์ทำให้เราสามารถบรรลุผลลัพธ์ที่เหนือกว่าศักยภาพที่ร่างกายของเราถูกออกแบบมาให้ทำได้ ซึ่งเมื่อเราไปได้ไกลกว่าสัญชาตญาณ มนุษย์เราก็จะสามารถสร้างสรรค์สิ่งที่น่าตื่นตะลึงได้ไม่รู้จบ แต่ในขณะที่เดียวกันมันก็ทำให้มนุษย์เราเปราะบางที่สุดด้วยข้อผิดพลาดในการคำนวณเล็กๆ น้อยๆ ที่หลุดรอดสามัญสำนึกของเราไปได้ง่าย ๆ อาจสร้างความเสียหายได้มหาศาล

โลกในทุกวันนี้สร้างขึ้นบนพื้นฐานของคณิตศาสตร์ ไม่ว่าจะเป็นการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ การเงิน หรือวิศวกรรมศาสตร์ ... ทุกอย่างล้วนเป็นคณิตศาสตร์ที่มีเปลือกนอกแตกต่างกันไปเท่านั้น ดังนั้น ความผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ที่ดูเหมือนจะไม่ใช่พิษเป็นภัยทุกประเภทอาจส่งผลเสียได้เกินกว่าที่เราจะคาดคิด หนังสือเล่มนี้เป็นการรวบรวมข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ทั้งหลายที่ผมประทับใจมาไว้ด้วยกัน ข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ที่คุณจะได้พบในหน้าต่อๆ ไปไม่เพียงแต่น่าประหลาดใจเท่านั้น แต่มันยังช่วยให้เราตาสว่างอีกด้วย ข้อผิดพลาดเหล่านี้จะเปิดเผยให้พวกเราเห็นถึงกลไกทางคณิตศาสตร์ที่ทำงานอยู่เบื้องหลังสิ่งต่างๆ โดยที่ไม่ค่อยมีใครรับรู้ ราวกับว่าเบื้องหลัง

โลกแห่งเวทมนตร์คาถาสัมัยใหม่ของเรามีพอมดแห่งอชกำลังทำงาน
ล่วงเวลาอย่างแข็งขันด้วยลูกคิดและไม้บรรทัดคำนวณ (slide rule) เรา
มักไม่รู้ว่าคุณนิศาสตร์พาเราพัฒนามาไกลแค่ไหนและสามารถสร้างความ
เสียหายให้เราได้มากเพียงใดจนกว่าจะมีปัญหาเกิดขึ้น ความตั้งใจของผม
ในการเขียนหนังสือเล่มนี้ไม่ใช่เพื่อจะล้อเลียนผู้ที่มีส่วนรับผิดชอบในความ
ผิดพลาดเหล่านี้ แน่แน่นอนว่าผมเองก็เคยทำพลาดอยู่บ่อยครั้ง ใครๆ ก็เคย
ทำพลาดกันทั้งนั้น และเพื่อสร้างความสนุกและความท้าทายเล็กๆ น้อยๆ
ผมได้ตั้งใจสร้างข้อผิดพลาดไว้สามข้อในหนังสือเล่มนี้ แล้วบอกผมด้วย
นะครับว่าคุณหาเจอครบทั้งสามข้อหรือไม่!

I

หลวงวันล้อมเวลา



วันที่ 14 กันยายน 2004 ขณะที่เครื่องบินราว 800 ลำกำลังบินในเที่ยวบินทางไกลอยู่เหนือน่านฟ้าทางตอนใต้ของรัฐแคลิฟอร์เนีย ความผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ก็ทำให้ชีวิตของผู้คนนับหมื่นตกอยู่ในอันตรายเมื่อจู่ๆ สัญญาณวิทยุที่ใช้ติดต่อระหว่างศูนย์ควบคุมจราจรทางอากาศในเมืองลอสแอนเจลิสกับเครื่องบินทุกลำก็ขาดหายไปโดยไม่มีสัญญาณเตือนใดๆ ล่วงหน้า ความตื่นตระหนกจึงตามมาอย่างรวดเร็ว

เป็นเวลาราวสามชั่วโมงที่วิทยุสื่อสารใช้การไม่ได้ ในระหว่างนั้นเจ้าหน้าที่ต้องใช้โทรศัพท์มือถือส่วนตัวติดต่อกับศูนย์ควบคุมจราจรทางอากาศแห่งอื่นๆ เพื่อให้เครื่องบินทุกลำกู้คืนสัญญาณสื่อสารกลับมาโชคดีที่ไม่มีอุบัติเหตุเกิดขึ้น แต่ท่ามกลางความโกลาหลก็มีเรื่องตื่นเต้นเกิดขึ้นไม่น้อย มีเครื่องบิน 10 ลำที่เฉียดเข้าใกล้กันเกินกว่าระยะที่ข้อบังคับกำหนด (5 ไมล์ทะเลในแนวราบ หรือ 2,000 ฟุตในแนวดิ่ง) ในจำนวนนี้มีเครื่องบินสองคู่ที่บินห่างกันในระยะเพียง 2 ไมล์ เที่ยวบิน 400 เที่ยวบินต้องออกเดินทางล่าช้า และอีก 600 เที่ยวบินต้องถูกยกเลิก ทั้งหมดนี้เกิดจากความผิดพลาดทางคณิตศาสตร์

แม้รายละเอียดที่ทางการประกาศออกมาจะไม่ระบุถึงสาเหตุแท้จริงของข้อผิดพลาดนี้ แต่เราก็พอรู้ได้ว่าต้นเหตุของปัญหาคือการจับเวลาที่ผิดพลาดของคอมพิวเตอร์ในศูนย์ควบคุม ระบบควบคุมจราจรทางอากาศนับเวลาด้วยวิธีการนับถอยหลังที่ละหนึ่งมิลลิวินาทีจาก 4,294,967,295 มิลลิวินาที ซึ่งหมายความว่ามันจะใช้เวลาทั้งหมด 49 วัน 17 ชั่วโมง 2 นาที และ 47.296 วินาทีกว่าจะนับถึงศูนย์

โดยปกติแล้ว เครื่องคอมพิวเตอร์เหล่านี้ต้องถูกรีเซ็ตเพื่อให้ นาฬิกาเริ่มเดินใหม่ก่อนจะนับถึงศูนย์ ซึ่งทุกครั้งที่รีเซ็ต นาฬิกา ก็จะกลับไปเริ่มนับถอยหลังใหม่ที่ 4,294,967,295 มิลลิวินาที ในมุมมองของผม ใครบางคนคงเห็นปัญหาดังกล่าวแล้ว จึงมีนโยบายให้ต้องรีเซ็ตระบบอย่างน้อยทุก 30 วัน แต่นี่เป็นเพียงการแก้ปัญหาที่ปลายเหตุโดยไม่ได้แก้ไขข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ที่ซ่อนอยู่ ข้อผิดพลาดดังกล่าวก็คือไม่มีใครเคยตรวจสอบเลยว่าระบบของคอมพิวเตอร์ในศูนย์ควบคุม มีระยะเวลาดำเนินงาน (runtime) เหลือกี่มิลลิวินาที จนกระทั่งในปี 2004 ระบบก็บังเอิญทำงานติดต่อกันเป็นเวลา 50 วันโดยไม่ได้หยุดพัก นาฬิกาที่นับถอยหลังจึงแตะเลขศูนย์วินาทีเข้าจนได้ ทันใดนั้นระบบทั้งหมดก็ปิดตัวลง ส่งผลให้เครื่องบิน 800 ลำที่ลอยอยู่บนน่านฟ้าของเมืองที่ใหญ่อันดับต้นๆ ของโลกตกอยู่ในความเป็นความตายทันที เพียงเพราะใครบางคนไม่ได้เลือกใช้ตัวเลขที่ใหญ่มากพอ

ผู้คนโยนความผิดไปให้กับการปรับปรุงระบบคอมพิวเตอร์เพื่อรันระบบปฏิบัติการวินโดวส์แบบต่างๆ เป็นอย่างแรก ระบบปฏิบัติการวินโดวส์รุ่นแรกๆ (อย่างเช่น Windows 95) นั้นมีปัญหาแบบเดียวกันนี้ไม่ผิดเพี้ยน เพราะเมื่อใดก็ตามที่คุณเริ่มใช้งานโปรแกรม ระบบปฏิบัติการวินโดวส์ก็จะเริ่มจับเวลาในหน่วยมิลลิวินาทีเพื่อสร้าง “เวลาของระบบ” ซึ่งใช้กำหนดเวลาการทำงานของโปรแกรมทั้งหมดในเครื่อง แต่เมื่อเวลาของระบบปฏิบัติการวินโดวส์นับจนถึง 4,294,967,295 มิลลิวินาที ระบบก็จะกลับมาเริ่มที่ศูนย์ใหม่อีกครั้ง ซึ่งเวลาที่วิ่งถอยหลังฉับพลันนี้ทำให้

บางโปรแกรม เช่น ไตรเวอร์ ซึ่งทำหน้าที่เชื่อมต่อระบบปฏิบัติการเข้ากับอุปกรณ์ภายนอกอื่นๆ เกิดปัญหาขึ้นมาได้ เพราะไตรเวอร์ต้องจับเวลาเพื่อคอยตรวจสอบการตอบสนองของอุปกรณ์ต่างๆ ว่าเป็นไปอย่างราบรื่นและไม่มีอาการค้างนานเกินไป ดังนั้น เมื่อจู่ๆ ระบบปฏิบัติการวินโดวส์บอกโปรแกรมว่าเวลาของระบบกำลังนับถอยหลัง โปรแกรมเหล่านี้ก็จะรวนและทำให้ทั้งระบบพังลงไปพร้อมๆ กัน

แม้จะยังไม่แน่ชัดว่าต้นตอของปัญหาในเหตุการณ์นี้อยู่ที่ระบบปฏิบัติการวินโดวส์จริงหรือไม่ หรือปัญหาอาจอยู่ที่คำสั่งใหม่ซึ่งถูกป้อนเข้าไปในระบบควบคุมจราจรทางอากาศก็เป็นได้ แต่ไม่ว่าความจริงจะเป็นเช่นไร จำเลยของเหตุการณ์นี้คือตัวเลข 4,294,967,295 อย่างแน่นอน ตัวเลขนี้ไม่มากพอสำหรับเครื่องคอมพิวเตอร์ตั้งโต๊ะที่ใช้ในครัวเรือนยุคทศวรรษ 1990 และไม่มากพอสำหรับการควบคุมจราจรทางอากาศในช่วงต้นทศวรรษ 2000 และในปี 2015 มันก็ไม่มากพอสำหรับเครื่องบินโบอิงรุ่น 787 ดรีมไลเนอร์

ปัญหาที่เกิดขึ้นกับเครื่องบินโบอิงรุ่น 787 ดรีมไลเนอร์อยู่ที่ระบบควบคุมการผลิตกระแสไฟฟ้า โดยมันจะนับเวลาเพิ่มขึ้นทีละ 10 มิลลิวินาที (เมื่อนับครบ 100 ครั้งจะเท่ากับ 1 วินาที) โดยมีตัวเลขสูงสุดอยู่ที่ 2,147,483,647 (น่าสงสัยที่มันใกล้เคียงกับครึ่งหนึ่งของ 4,294,967,295 ...) ซึ่งหมายความว่าเครื่องบินโบอิง 787 จะสูญเสียพลังงานไฟฟ้าทันทีเมื่อมันทำงานต่อเนื่องกัน 248 วัน 13 ชั่วโมง 13 นาที และ 56.47 วินาที แม้จะเป็นเวลานานพอที่เครื่องบินส่วนใหญ่จะรีสตาร์ทก่อนจะเกิดปัญหา แต่มันก็สั้นพอที่จะทำให้เกิดปัญหาเครื่องยนต์สูญเสียพลังงานไฟฟ้า ซึ่งองค์การบริหารการบินแห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (Federal Aviation Administration - FAA) อธิบายสถานการณ์นี้ไว้ดังนี้

ซอฟต์แวร์ที่ควบคุมหน่วยควบคุมเครื่องกำเนิดไฟฟ้า (Generator Control Unit - GCU) จะทำงานเกินพิกัดหากเดินเครื่องต่อเนื่องกัน

นานเกิน 248 วัน ทำให้หน่วยควบคุมเครื่องกำเนิดไฟฟ้าทั้งหมดเข้าสู่โหมดสำรอง (failsafe) และถ้าหากหน่วยควบคุมเครื่องกำเนิดไฟฟ้าหลักสี่ตัว (ที่เชื่อมต่อกับเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่ติดกับตัวเครื่องยนต์) เริ่มทำงานพร้อมกัน หากพวกมันทำงานต่อเนื่องกันเป็นเวลาเกิน 248 วัน หน่วยควบคุมเครื่องกำเนิดไฟฟ้าหลักทั้งสี่ตัวจะเข้าสู่โหมดสำรองโดยพร้อมเพรียง ส่งผลให้เครื่องบินสูญเสียพลังงานไฟฟ้ากระแสสลับทั้งหมด ไม่ว่าจะอยู่ในช่วงการบินแบบไหน

ผมเชื่อว่า “ไม่ว่าจะอยู่ในช่วงการบินแบบไหน” ขององค์การบริหารการบินแห่งชาติ คือข้อความแบบเป็นทางการของ “เครื่องยนต์อาจหยุดทำงานในระหว่างเที่ยวบินได้” แต่คำแถลงการณ์ด้านความสมควรเดินอากาศ (airworthiness) จากทางการกลับระบุวิธีการแก้ไขโดยออกข้อบังคับว่า “ต้องหมั่นบำรุงรักษาด้วยการปิดการใช้งานพลังงานไฟฟ้าเป็นประจำ” ซึ่งหมายความว่าใครก็ตามที่มีเครื่องบินโบอิง 787 อยู่ในครอบครองต้องไม่ลืมที่จะปิด-เปิดเครื่องเป็นประจำ แหม ช่วงเป็นวิธีแก้ปัญหาสตีลโปรแกรมเมอร์ที่คลาสสิกอะไรเช่นนี้ แต่โชคดียี่สิบปีที่ผ่านมาโบอิงได้พัฒนาโปรแกรมของตัวเองเพื่อแก้ปัญหาเหล่านี้แล้ว การรีสตาร์ทเครื่องยนต์ก่อนนำเครื่องขึ้นจึงไม่จำเป็นอีกต่อไปแล้วครับ

เมื่อ 4,300 ล้านมิลลิวินาทีไม่นานพอ

แล้วทำไมทั้งไมโครซอฟท์ ศูนย์ควบคุมจราจรทางอากาศในเมืองลอสแอนเจลิส และบริษัทโบอิง จึงต้องใช้ตัวเลขราว 4,300 ล้าน (หรือครึ่งหนึ่ง) ที่ดูแปลกประหลาดนี้ในการจับเวลากันด้วยละ ดูเหมือนนี่จะเป็นปัญหาที่แพร่ขยายไปทั่ว ผมขอแนะนำให้คุณลองพิจารณาตัวเลข 4,294,967,295 ในรูปแบบเลขฐานสอง (binary code) ดูครับ แล้วคุณจะพบเบาะแสสำคัญ เพราะเมื่อตัวเลขดังกล่าวถูกเขียนในรูปแบบของรหัสคอมพิวเตอร์ที่